استخدام طريقة السمبلكس لتحقيق اقل كلفة انتاج في معمل النجف للالبسة الرجالية

ناظم ابراهيم الصفار

مدرس مساعد
قسم الهندسة المدنية / كلية الهندسة - جامعة الموصل

الخلاصة

كان القدر حتميا ان يجعل من نشوب الحرب العالمية الثانية هو مدخل اجبارى لتطوير واساليب بحوث العمليات ، هـذا العلم الذى كانت ساحات القتال (العمليات) هى صفحات خصبة لتطوير وحل معظم الغازة على ايدى العلماء الانكليـز " [1] .

تعتبر البرمجة الخطية Linear Programming من اهم الاساليب في بحوث العمليات في معالجـة بعـض المشاكل سواءا فى بعض المشاريع الادارية ، الصناعية ، الخدمية والاقتصادية التي تواجهها الادارة من حيـث كيفيـة تخصيص الموارد من ايدى عاملة ، مواد اولية ، آليات ، ورؤوس اموال لاستخدامها بافضل طريقة اقتـصادية ممكنـة سوءا من اجل تقليل الكلف الانتاجية الى حدها الاصغر Mininmization او من اجل زيادة الارباح الى حدها الاعظم Maximization وذلك لاتخاذ القرارات المثالية بحيث يؤمن الاستغلال الامثل لهذة الموارد المتاحة .

يتناول هذا البحث استعراض الاسلوب الرياضي لطريقة السمبلكس البرمجة الخطية ، ومن ثم استخدامها فـي احدى المؤسسات الصناعية الا وهى معمل النجف للالبسة الرجالية بصدد تحديد كمية الانتـاج فـي احـدى خطوطـة الانتاجية وهو خط الجاكيت فقط وذلك للحصول على اقل كلفة انتاج Minimization وفقـا لقيـود الانتـاج المتمثلـة بساعات العمل المتاحة للمراحل الانتاجية وكمية الانتاج من اجل التوافق مع طموحات ادارة المعمل .

Using the Simplex Method to Minimize the Production Cost in Najaf Factory for Men Clothes

Nathem Ibrahem Al-Safar

Assistant Lecturer
Civil Engineering Department - University of Mosul

Astract

Operational Research had its origins during the Second Word War as the result of the cooperation of scientists with senior officers of the Royal Air Force , to look into several military problems .

" In 1947, G . Dantzig developed an efficient method called , the simplex method, which can be used with the aid of the computer to solve linear programming problems even with thousands of constraints and thousands of variables in order to find their optimal solutions " [2] .

This research is aiming to revise comprehensively the procedure of Simplex method and to use the computer programme WINQSB in order to obtain the optimal decision to minimize the production cost for three different jackets models in Najaf Factory for Men Clothes .

Key Word : Linear Programing , Simplex , Minimization , Constrints , Objective Function , Optimal Sulotion ,Variables , Pivot Operation .

أستلم في 2008/10/15 قبل في 2009/5/5

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

1- المقدمـــــة : Introduction

" تعتبر بحوث العمليات من العلوم التطبيقية الحديثة التى احرزتتطبيقها نجاحا واسعا فى المجالات المدنية والعسكرية على السواء ، لقد تشكل اول عنصر تنظيمى لبحوث العمليات خلال الحرب العالمية الثانية ، حيث ظهرت العديد من المعضلات التعبوية والسوقية لقوات الحلفاء وكان يصعب الحصول على حلول لتلك المعضلات من قبل جهة معينة ذات اختصاص واحد ولذلك قررت القيادة العامة لقوات الحلفاء تشكيل اول مجموعة استشارية مختلطة تضم عدد من العلماء الاختصاصين للتعاون وتقديم المشورة لقيادة القوات المسلحة . وقد اطلق على الاساليب الفنية الرياضية المتقدمة لتحليل المعضلات العسكرية اسم بحوث العمليات Operation Research " [3] .

وتعتبر البرمجة الخطية من اهم الاساليب فى بحوث العمليات ، حيث تستخدم عادة البرمجة الخطية فى معالجة بعض المعضلات سواءا الادارية ،الصناعية ، والاقتصادية التى تواجهها الادارة وذلك لاتخاذ القرارات المثالية المختلفة بصدد توزيع الموارد المتاحة فى حالة وجود بدائل مختلفة (المتمثلة بـــالمتغيرات) Variables وقيـــود Constraints بالشكل الذى يؤدى الى الاستغلال الامثل لهذة الموارد المتاحة سواءا باقل كلفة Minimization او باعلى مستوى من الارباح Maximization .

ويعتبر العالم الرياضى الامريكى جورج دانتزك G.B. Dantzig اول من اهتم بتطوير اســاليب البرمجــة الخطية باستخدام طريقة السمبلكس Simplex فى عام 1947 لحل مسائل البرمجة الخطية ، حيث انها تعتبــر طريقــة كفوءة جدا فى حل المسائل الصغيرة والكبيرة وخاصة باستعمال الحاسبات الالكترونية .

ويهدف هذا البحث الى القاء الضوء على الاسلوب الرياضى لطريقة السمبلكس فى حل مسائل البرمجة الخطيــة والــى مجال استخدامها فى الكثير من المشاريع منها الصناعية والخدمية سوءا من اجل تقليل كلفة انتــاج Minimization او زيادة الارباح Maximization . وقد تم اختيار معمل النجف كواحد من المشاريع التى يمكن فية استخدام هذة الطريقة بهدف وضع برنامج خاص للانتاج فى خط الجاكيت فقط علــى ســبيل التطبيــق بحيــث يحقــق اقــل كلفــة انتــاج Minimization فى هذا الخط والتى تمثل دالة الهدف Objective Function فى ظل القيــود Constraints مــن حيث ساعات العمل بالمراحل الانتاجية وكمية الانتاج لتتماشى مع طموحات وخطة ادارة المعمل المذكور .

2- البرمجة الخطية Linear Programming (L.P)

2-1 المقدمـــــة :

مع كبر حجم المنشآت ، وتعدد اوجة نشاطها ظهر الكثير من المتغيرات والمشاكل ، التى تؤثر فــى امكانيــة اتخاذ قرار سليم ، الامر الذى تطلب ضرورة البحث عن اسلوب جديد يساعد على اتخاذ الكثير من القــرارات الحرجــة التى تواجة الادارة العليا للمنشآت .

وتعتبر البرمجة الخطية احد الاساليب العلمية الحديثة لبحوث العمليات التى تساعد على اتخاذ القرار المناسب . وقد ساهم كل من الاقتصاديين والرياضيين فى تطوير هذا الاسلوب الذى بدا ظهورة عام 1920 ، ثم تابع تطورة فــى عام 1947 على يدى العالم الرياضى جورج دانتزك G.B. Dantzig حين اكتــشف طريقــة الــسمبلكس Simplex Method .

2-2 تعريف البرمجة الخطية :

تعرف البرمجة الخطية بانها اسلوب رياضى حديث يستخدم كاداة لايجــاد افــضل الاســتخدامات للمــوارد المحدودة المتاحة لدى المنشأ ، ولهذا الاسلوب جانبان هما (البرمجة) وتعنى امكانية استخدام الاسلوب لايجاد البرامج المختلفة لاستخدام الموارد المحدودة المتاحة لدى المنشأة وبما يتلاءم مع القيود المفروضة على هذة الموارد ثم اختيــار أفضل هذة البرامج التى تحقق هدف المنشأة ، و (الخطية) وتعنى ان العلاقات بين كافــة المتغيــرات المحــدة للمــسالة المبحوثة علاقات خطية " [4] .

2-3 استخدامات البرمجة الخطية :

تستخدم البرمجة الخطية فى أتخاذ القرار المناسب بتخصيص الموارد الاقتصادية المحدودة المتاحة لدى المنشأة بالشكل الذى يحقق اقصى درجة ممكنة من الكفاءة سواء كان ذلك بتحقيق اقصى ربح ام اقل كلفة ، ولايقتصر اســتخدام البرمجة الخطية على نشاط معين ، بل تستخدم فى كافة الانشطة الصناعية والزراعية والخدمية والعسكرية لعلاج العديد من المشاكل التى تواجة هذة الانشطة .

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

هناك العديد من الاسباب التى ادت الى استخدام البرمجة الخطية فى حل المسائل المتعلقة بالتخصيص ومن هذة الاسباب:

1- وجود انواع كثيرة من المسائل ممكن التعبير عنها كنماذج خطية .
2- توفر الاساليب الكفؤة لحل مسائل البرمجة الخطية .
3- توفر العديد من برامج الحاسوب الجاهزة لحل مسائل البرمجة الخطية .

2-4 الشروط الاساسية لاستخدام البرمجة الخطية :

يتطلب حل مسائل البرمجة الخطية الى الشروط التالية :

1- توفر عدة بدائل (متغيرات) Variables لاستغلال الموارد والامكانيات المتاحة (كان تكون انواع السلع المؤمل انتاجها) ، وامكانية تمثيلها برموز جبرية غير سالبة .
2- امكانية التعبيرعن هدف المسالة التى تسعى الادارة لتحقيقة (كان يكون تعظيم الربح او قليل الكلفة) بشكل صيغة رياضية تسمى دالة الهدف Objective Function .
3- امكانية التعبير عن القيود Constriants التى تحدد من استخدام الموارد والامكانيات المتاحة (كان تكون ساعات العمل او كميات المواد الاولية) على شكل مجموعة من المتراجحات او من المعادلات الخطية Set Constriants .

ويطلق على المسائل التى تتضمن هاذين الشرطين الاخيرين اسم مسائل البرمجة الخطية Linear Programming Problems (L.P.S) .

4- ان تكون العلاقات بين المتغيرات فى مجموعة المتراجحات او المتساويات علاقة خطية (اى معادلات من الدرجة الاولى) .
5- محدودية كمية الموارد والامكانيات المتاحة التى يمكن استغلالها .

2-5 صياغة نماذج البرمجة الخطية : Formulation of L.P Models

يتضمن انشاء نموذج البرمجة الخطية الخطوات التالية :

1- تحديد متغيرات المسالة Varibles ، وغالبا ما تكون هو الشى المطلوب تحديدة فى مسالة قيد البحث ويعبر عنها برموز جبرية .
2- تحديد قيود المسالة Constriants ، وغالبا ما تكون الموارد المتاحة والامكانيات فى المسالة قيد البحث والتى يعبر عنها بمتراجحات او متساويات وجميعها تكون خطية .
3- تحديد دالة الهدف للمسالة Objective Function ، وهى المعادلة التى تقيس الربح او الكلفة .

2-6 طرائق حل مسائل البرمجة الخطية : Methods of Solving (L.P.S)

يتم حل مسائل البرمجة الخطية بعدة طرق منها :

1- الطريقة البيانية Graphical Method
2- طريقة السمبلكس Simplex Method
3- طريقة النموذج المقابل Dual Method
4- اسلوب ام الكبيرة M- Technique
3- طريقة السمبلكس The Simplex Method

3- طريقة السمبلكس The Simplex Method

3-1 مبادىء طريقة السمبلكس : The Principles of Simplex Method

ان طريقة السمبلكس ، كما طورها G. B.Dantzag ، هى اجراء تكرارى لحل مسائل البرمجة الخطية المصاغة فى شكلها القياسى ، تتطلب هذة الطريقة ، اضافة الى الشكل القياسى ان تكون معادلات وقيود على نحو جملة ، فيمكن عندئذ الحصول منها على حل اساسى نافذ مباشر " [5] .

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

وبالرغم على قدرة وسهولة استخدام الطريقة البيانية Graphical Method فى حل مسائل البرمجة الخطية فى حالة وجود ثلاثة متغيرات واقل ، الا انها لاتستخدم فى حالة وجود اكثر من ثلاثة متغيرات ، ويرجع ذلك الى استحالة الحل عند رسم المسالة قيد البحث بيانيا ، ولطالما ان معظم التطبيقات الهندسية والصناعية والعملية بصورة عامة تتضمن عددا كبيرا من المتغيرات ، وتعد طريقة السمبلكس مجدية فى هذا الخصوص لقدرتها على التعامل مع عدد كبير من المتغيرات والقيود .

ويتم حل المسالة قيد البحث باستخدام طريقة السمبلكس من خلال عدد من الخطوات المرتبة الهادفة الى التعرف ايظا مثل الطريقة البيانية على الاركان المحددة Corner Point المنطقة الحلول الممكنة Feasible Region ، وتقييم العائد Objective Function من كل ركن ، والانتقال من ركن لآخر افضل منة حتى يتم التوصل الى الركن – او الحل – الذى يحقق افضل عائد ممكن Optimal Solution .

3-2 النماذج الرياضية فى البرمجة الخطية لطريقة السمبلكس :

هناك نموذجان رئيسان للبرمجة الخطية وهما :

3-2-1 النموذج العام Canonical Form :

فى هذا النموذج تأخذ دالة الهدف (Objective Function) صيغة التعظيم (Maximization) او صيغة التصغير (Minimization) بينما القيود (Constraints) المفروضة على المسالة على شكل متراجحات (اكبر من او يساوى , $\geq$) او(اقل من او يساوى , $\leq$) .

وبصورة عامة فان صيغة النموذج العام للبرمجة الخطية فى حالة التصغير Minimization هى كما يلى :

دالة الهدف : $Minimize \qquad Z = C_1X_1 + C_2X_2 + ...+ C_nX_n$

وفقا للقيود التالية :

$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_{1n}X_n \geq a_{21}X_1 + b_1$

$a_{22}X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_{2n}X_n \geq b_2$

$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_{mn}X_n \geq b_m$

$X_1 , X_2 , \ldots\ldots\ldots\ldots , X_n \geq 0$

اى ان : $Minimize \qquad Z = \sum_{j=1}^{n} C_jX_j$

وفقا للقيود التالية : $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \leq b_i \qquad i = 1,2,.....m$ عندما

$X_j \geq 0 \qquad j = 1,2,.....n$ عندما

حيث ان :

Z = دالة الهدف Objective Function

n = عدد المتغيرات بالمسالة Variables

m = عدد القيود المفروضة على المسالة Constraints

$C1,C2,\ldots C_n$ = ثوابت المتغيرات فى دالة الهدف

$b1,b2,\ldots b_n$ = ثوابت معادلات القيود Solution B- Vector

aij = هى المصفوفة ، حيث ان : $j = 1,2,3,\ldots m \qquad i = 1,2,3,\ldots n$

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

2-2-3 النموذج القياسي Standard Form :

فى هذا النموذج تاخذ دالة الهدف (Objective Function) صيغة التعظيم (Maximization) او صيغة التصغير (Minimization) بينما القيود (Constraints) المفروضة على المسالة على شكل معادلات ، بعد ان تم تحويل المتراجحات فى النموذج العام الى المساوات وذلك باضافة كمية موجبة مثل S1 للقيد الاول لكى يصبح على شكل مساواة وكذلك اضافة S2 للقيد الثانى ، وهكذا ..... ،. واخيراضافة Sm للقيد الاخير، وبذلك يتكون النموذج القياسى لطريقة السمبلكس فى حل مسائل البرمجة الخطية لحالة التصغير Minimization كما يلى :

دالة الهدف : $Minimize \quad Z = C_1X_1 + C_2X_2 + ...+ C_nX_n$

وفقا للقيود التالية :

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_{2n}X_n + S_1 = b_1$$
$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_{2n}X_n + S_2 = b_2$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + a_{mn}X_n + S_m = b_m$$

$$X_1 , X_2 , X_3 ,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots , X_n \geq 0$$
$$S_1 , S_2 , S_3 ,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots , S_m \geq 0$$

أي ان :

$$Minimize \quad Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j + \sum_{i=1}^{m} 0S_i$$

وفقا للقيود التالية:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j + S_i = b_i \qquad i = 1,2,.....m$$

حيث يطلق الان على($X_1,X_2,\ldots..,X_n$)بالمتغيرات الغير اساسية او المكملة Variables Non-Basic ، بينما يطلق على المتغيرات ($S_1,S_2,\ldots..,S_m$) بالمتغيرات الاساسية او الخاملة Basic-Variables . ويمكن تمثيل هذه البيانات على شكل جدول ويسمى بالجدول الابتدائى (او المبسط) لطريقة السمبلكس Initial Simplex Tableau وكما يلي:

الجدول الابتدائى لطريقة السمبلكس Initial Simplex Tablea

Non Basic Variables / Basic Variables	X1	X2	X3	...n	S_1	S_2	S_3	...S_m	Solution B - vector الثابت
Z Objective-Function	$-C_1$	$-C_2$	$-C_3$	... C_n	0	0	0	0	0
S_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	.. a_{1n}	1	0	0	-	b_1
S_2	a_{21}	a_{22}	a_{33}	...a_{2n}	0	1	0	-	b_2
S_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	...a_{1n}	0	0	1	-	b_3
								0	
S_m	a_{m1}	a_{m2}	a_{m3}	...a_{mn}	0	0	0	1	b_m

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

وتكتب بيانات المسالة المبحوثة في جدول طريقة السمبلكس الابتدائى اعلاة كما يلى : يكتب فى صف دالة الهدف Z ، تحت كل متغيرمعاملة ، فمثلا تحت X1 يكتب معاملة C1 – ، وتحت المتغير X2 يكتب معاملة C2 – وهكذا ، وكذلك يكتب فى صف القيد الاول S1 تحت كل متغير معاملة ، فمثلا تحت المتغير X1 يكتب معاملة a11 وتحت المتغير X2 يكتب معاملة a12 وهكذا .ويشير الثابت Solution B - Vector الى قيم المتغيرات الاساسية ، فمثلا b1 يشير قيمة S1 وبعبارة اخرى S1=b1 وهكذا . بينما يشير amn الى معامل Xn فى القيد الاخير للقيد Sm الموجود فية .

بعد وضع مسالة البرمجة الخطية على شكل الجدول الابتدائى يبدأ العمل الحسابى فى طريقة السمبلكس ، والتى هى عبارة عن تحويل مصفوفى Matrix Transformation الذى يطلق علية عملية المحور Pivot Operation .

3-3 خطوات حل مسائل البرمجة الخطية بطريقةالسمبلكس :

تتلخص خطوات الحل بطريقة السمبلكس بما يلي :

1- صياغة المسالة قيد البحث رياضيا وذلك بتكوين دالة الهدف Objective Function والقيود Constraints لتاخذ شكل النموذج العام للبرمجة الخطية Canonical Form .

حيث للعلم ان الفرق بين حالة التعظيم Maximization عن حالة التقليل Minimization هو ان اية مسالة تعظيم يمكن تحويلها الى حالة التقليل (التصغير) من خلال ضرب دالة الهدف x 1- ،

اى ان : Minimize (Z) = Maximize (- Z) .

2- تحويل متباينات (متراجحات) القيود الى معادلات جبرية وذلك باضافة لها متغيرات اساسية Basic variables او ما تسمى بالمتغيرات المكملة Slack variables .

3- اضافة المتغيرات الاساسية او الخاملة هذه الى دالة الهدف O.F بعد وضع المعامل الحسابي لكل منها يساوي صفرا ومن ثم ضرب دالة الهدف x 1- ، وبذلك تاخذ المسالة شكل النموذج القياسى لطريقة السمبلكس Standard Form .

4- انشاء "جدول السمبلكس الابتدائى " Initial Simplex Tableau يتضمن البيانات اعلاة .

5- اجراء عملية المحور Pivot Operation وفقا للخطوات التالية :

أ- تحديد العمود المحوري (المتغير الداخل) Pivotal Column : وهو العمود الذي يحتوى على اكبر عنصر موجب في دالة الهدف ، ازاء المتغير الغير اساسى، والذى يسمى هذا الاخير بالمتغير الداخل .

ب- تحديد العنصر المحوري Pivotal Element : وهو العنصر الذي يعطي اقل ناتج قسمة (موجبة) أي قيمة ثابت اى معادلة (Solution or Vector) على العنصرالذى يقع في العمود المحوري ازاه .

ج- تحديد الصف المحوري (المتغير الخارج) Pivotal Row : وهو الصف الذي يحتوي على العنصر المحوري ، ازاء المتغير الاساسى ، والذى يسمى هذا الاخير بالمتغيرالخارج .

د- تكوين المعادلة (الصف) المحورية الاساسية الاولى First Basic Pivotal Equation والتي يحصل عليها من قسمة كل عنصر من عناصر الصف المحوري Pivotal Row على قيمة العنصر المحوري نفسه Pivotal Element.

ل- تكوين بقية معادلات القيود ودالة الهدف وفقا للمعادلة المحورية الاساسية الاولى من عكس اشارة معامل (Coefficient وهو العنصر الذي يقع تحت العمود المحورى) دالة الهدف تلك المعادلة ودالة الهدف، ثم الضرب في المعادلة المحورية الاساسية الاولية ومن ثم الجمع مع تلك المعادلة المراد تكوينها أي ان :

- Coefficient [First Basic Pivotal Equation] + [Equation to be changed]

6- انشاء "جدول السمبلكس للحل الاساسى الاول" بعد اجراء العملية المحورية - First Basic Solution Tableau) .

7- يتحقق الحل الامثل للمسالة المبحوثة عندما تصبح جميع عناصر دالة الهدف اكبر من الصفر ($C_j > 0$) في حالة التنظيم التعظيم Maximization أي جميع عناصر دالة الهدف ذات قيم موجبة او صفرية ، او عندما تصبح جميع دالة الهدف اصغر من الصفر ($C_j < 0$) في حالة التصغير Minimization أي جميع عناصر دالة الهدف ذات قيم سالبة . اما في حالة تعذر ذلك تعاد الخطوة رقم (5) ثانية او ثالثة والى ان يتم تحقيق الحل الامثل لدالة الهدف ، او بصيغة اخرى يستمر الحل بايجاد الحلول الممكنة الاساسية والى ان يحصل على حل ممكن اساسى لايمكن تطويرة فيصبح هذا هو الحل الامثل Optimal Solution .

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

4- استخدام الحاسوب فى حل مسائل البرمجة الخطية :

لقد ظهرت الحاجة لاستخدام الحاسوب في حل مسائل البرامج الخطية بصورة عامة عام 1952 ، وقد نجحت اول محاولة لحل مسائل البرمجة بطريقة السمبلكس باستخدام الحاسوب في عام 1957 ، وبعد هذا التاريخ طورت اساليب حل مسائل البرمجة الخطية بسرعة كبيرة ،وقد اصبحت استخدامات البرمجة الخطية في الوقت الحاضر تشمل معظم ميادين الحياة العملية ، حيث استخدمت في معالجة المسائل الكبيرة في المشاريع الضخمة كالاعمال الانشائية، المشروعات الصناعية ، اعمال الصيانة الضخمة في حقول البترول ، برامج الفضاء ، صناعة البتروكيمياويات ، وغيرها بحيث اصبحت فيها نماذج البرمجة الخطية فيها تحتوى مئات المتغيرات Variables والقيود Constraints والتي لايمكن حلها بالطرق الحسابية اليدوية ، لذا اصبح استخدام الحاسوب فى هذا المجال ذات مسالة ضرورية ، وقد تم استخدام الحاسوب لتطوير حل وتطبيق مسائل البرمجة الخطية بشكل اوسع ، ومن البديهي انه باستخدام الحاسوب فان الوقت المطلوب للعمليات الحسابية اصبح اقل بكثير عن الوقت المطلوب لانجاز العمليات الحسابية بالطرق اليدوية ، وذلك اعتمادا على كفاءة برنامج الحاسوب المستخدم ، في الوقت الحاضر نجد ان هناك العديد من برامج الحاسوب الجاهزة التى تستخدم فى حل مسائل البرمجة الخطية , منها البرنامج الذى تم استخدامة فى التوصل الى نتائج هذا البحث وهو :

Win QsB / Linear and Integer Programming
Version1.00 for Windows

وعموما تقاس عادة كفاءة أي برنامج حاسوب يستخدم في البرمجة الخطية من خلال دقة النتائج والزمن المستغرق في الوصول الى هذه النتائج . وكلما كان زمن تنفيذ البرامج قصيرا كلما اعتبر البرنامج أكفى . وان كل برنامج من هذة البرامج المستخدمة في حل مسائل البرمجة الخطية له مزاياه الخاصة ، ويتوقف تفضيل برنامج على اخر على عدة عوامل منها: التكلفة ، المرونة والاستخدام ، الدقة، ، سرعة ادخال البيانات ، والوصول الى الحل والوقت اللازم للتنفيذ .

5- استخدام طريقة السمبلكس لتقليل كلفةالانتاج بمعمل النجف للالبسةالرجالية

5-1 نبذة مختصرة عن المعمل :

تأسس المعمل في البداية كمنشاة ذات كيان اداري مستقل تحت اسم المنشاة العامة للالبسة الرجالية في النجف في 1985/2/2 تم ربطها بالمؤسسة ومن ثم دمجها بالمنشاة العامة للخياطة في بغداد واعتبر بذلك معملا تابعا لهذه المنشاة . ان الهدف من تاسيس المعمل هو انتاج الالبسة الرجالية المختلفة وهي السراويل ، والجاكيتات ، والبدلات الكاملة ، والمعاطف ، والسفاري ، والقماصل والى ذلك .جرى الانتاج التجريبي في المعمل اعتبارا من 1986/4/1 بعد ان تم تشغيل خط السروال والقمصلة ثم تلى ذلك خط الجاكيت .

ان المعمل يقسم الى عدد من الدوائر والشعب ومن اهم تلك الدوائر والشعب فيه هي الدائرة الفنية التى تتالف هذة مماياتى :

1- الشعبة الفنية : وهي الشعبة المسؤولة عن دراسة العروض المقدمة ومفاتحة المجهزين بشأن توريد المواد المطلوبة وقطع الغيار الى المعمل.

2- رئاسة الهندسة : وهي المسؤولة عن كافة الاعمال الهندسية في المعمل ويتم انجاز اعمالها من خلال اربعة شعب رئيسية وهي : الكهرباء ، الخدمات الهندسية المدنية والورشة العامة.

3- دائرة الانتاج : وهي الدائرة المسؤولة عن كافة العمليات الانتاجية ولكافة انواع المنتجات وتتركز فعاليات ونشاطات هذه الدوائر على عدد من الاقسام وكما يلي :

أ- قسم التصميم : وهو القسم المسؤول عن اعداد كافة التصاميم والنماذج (Models) للألبسة التي يتطلب الامر تهيئتها للعمليات الانتاجية .

ب- قسم التحضيرات : وهو القسم المسؤول عن اعداد اوامر العمل الخاصة لتنفيذ التصاميم المعدة في قسم التصاميم .

ج- قسم الخياطة : وهو القسم المسؤول عن خياطة كافة البدلات التي تهيأت مستلزماتها فى الاقسام السابقة والذي يتضمن اربعة خطوط انتاجية رئيسية وهى : خط الجاكيت ، خط المعطف ، خط السراويل ، خط السفاري .

د- مركز التدريب : وهو القسم المسؤول عن تهيئة الايدي الماهرة المطلوبة لتأدية عمليات الخياطة المختلفة في الخطوط الانتاجية المذكورة اعلاه .

ه - قسم التجهيز : وهو القسم المسؤول عن عمليات التجهيز النهائي للانتاج .

و- قسم الصيانة : وهو القسم المسؤول عن معالجة العطلات والتوقفات في المكائن والمعدات التي تؤلف الخطوط الانتاجية.

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

ز- قسم السيطرة النوعية : وهو القسم المسؤول عن كافة النشاطات المتعلقة بالفحص ومراقبة جودة الانتاج .

5-2 بيانات مشكلة تقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت بالمعمل :

5-2-1 : نوع وكمية الانتاج لخط الجاكيت :

ضمن اطار خطط الانتاج السنوية المقررة لها من الادارة العليا ومن دراسة السوق للطلب السنوى للانتاج فان المعمل يطرح الى الاسواق المحلية والجمعيات وباسعار مدعومة للمستهلك بين فترة واخرى مختلف الموديلات من الجاكيتات الرجالية ، وقد تم اختيار ثلاثة نماذج من هذة الموديلات مع كمية الانتاج المحددة فيها اسبوعيا لغرض دراستها بهدف تحديد نوعية وكمية الانتاج فيها لتقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت فقط بحيث تحقق الاستغلال الامثل للامكانيات المتاحة بمراحلها الانتاجية وهى كما يلى :

جدول رقم (1) يوضح موديل الجاكيتات وكمية انتاجها الاسبوعى المحددة

موديل الجاكيت	كمية الانتاج الاسبوعية المتاحة (عدد)
A	250
B	225
C	220

5-2-2 : حساب الاوقات لانتاج كل موديل جاكيت :

حيث بموجب العمليات والنشاطات المطلوبة في قسم التحضيرات وقسم التصميم وقسم الخياطة بالمعمل والجداول والبيانات التى حصل عليها من المعمل يكون الوقت اللازم لانتاج كل وحدة من موديل الجاكيتات الثلاثة (A ، B ، C) عبر المراحل الانتاجية المطلوبة لها ، وكذلك ان ساعات العمل المتاحة اسبوعيا لكل مرحلة انتاجية هى واضحة بالجدول ادناة :

جدول رقم (2) يوضح الاوقات اللازمة لانتاج كل موديل جاكيت وساعات العمل المحددة في المراحل الانتاجية

الوقت اللازم للانتاج(ساعة) / المراحل الانتاجية	موديل الجاكيت (المنتوج)		
	A	B	C
المرحلة الانتاجية الاولى (التحضير)	1.51	1.7	1. 5
المرحلة الانتاجية الثانية (التفصيل)	1.46	1.48	1.44
المرحلة الانتاجية الثالثة (الخياطة)	1.18	1.49	1.83
ساعات العمل المتاحة اسبوعيا	5400	5000	5200

5-2-3 : حساب الكلفة الانتاجية لانتاج كل موديل جاكيت :

تم حساب كلفة الوحدة الواحدة من انتاج كل موديل من الموديلات الثلاثة من خلال الاخذ بنظر الاعتبار كافة الكلف المرتبطة بذلك والتي تشمل على ما يلي:

1- الكلف المباشرة : وتشمل هذه اجور الكادر الفني وكلفة المواد الاولية (وتشمل هذه كلفة الاقمشة ، الخيوط والازرار وكافة المواد الاخرى الداخلة بانتاج كل من وحدة من هذه الوحدات) في المعمل.

2- الكلف الغير مباشرة : وتشمل هذه اجور الكادر الادارى ، والصيانة للمكائن والمعدات ، والاندثارات ، اجور الخدمات (ماء ، كهرباء ، هاتف ، ....الخ) ، السلامة المهنية، الخ.

وقد كانت مجموع هذه الكلف الانتاجية (المباشرة والغير مباشرة) عدا الارباح هي واضحة في الجدول رقم (3) ادناه :

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

جدول رقم (3) يوضح الكلفة الكلية لانتاج كل موديل جاكيت

نوع الجاكيت (المنتوج)	الكلفة الانتاجية للوحدة الواحدة (دينار)
A	8000
B	10000
C	12000

5-4 اعداد مشكلة تقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت بالمعمل بيانيا :

عند تجميع البيانات المتعلقة بانتاج الموديلات الثلاثة من الجاكيت ، والموضحة فى الجداول رقم (1) ، (2) و (3) فتظهر بيانيا مسالة كما يلى :

جدول رقم (4) يوضح البيانات المتوفرة لمسالة تقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت بالمعمل

الوقت اللازم للانتاج (ساعة) / المراحل الانتاجية	نوع الجاكيت (الموديل)			ساعات العمل المتاحة اسبوعيا
	A	B	C	
المرحلة الانتاجية الاولى (التحضير)	1.5	1.7	1.5	5400
المرحلة الانتاجية الثانية (التفصيل)	1.46	1.6	1.5	5000
المرحلة الانتاجية الثالثة (الخياطة)	1.4	1.75	1.5	5200
الكلفة الانتاجية (دينار)	8000	10000	12000	----

5-5 خطوات حل مسالة تقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت بالمعمل باستخدام طريقة السمبلكس :

5-5-1 : صياغة المسالة قيد البحث رياضيا وذلك بتكوين ودالة الهدف والقيود لتاخذ شكل النموذج العام للبرمجة الخطية Canonical Form وذلك من البيانات فى جدول (4) . وكما يلى :

1- دالة الهدف : $\text{Minimize } Z = 8000\ X_1 + 10000\ X_2 + 12000\ X3$

2 - قيود ساعات العمل الاسبوعية: $1.51X_1 + 1.7X_2 + 1.5X_3 \geq 5400$

$1.46\ X_1 + 1.48X_2 + 1.44X_3 \geq 5000$

$1.18\ X_1 + 1.49X_2 + 1.83X_3 \geq 5200$

3- قيود الانتاج الاسبوعى : $X1 \geq 250$ $X2 \geq 225$ $X3 \geq 220$

4- قيد عدم السالبية : $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

على افتراض ان :

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

X_1 = تمثل عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من موديل الجاكيت (A) .

X_2 = تمثل عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من موديل الجاكيت (B) .

X_3 = تمثل عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من موديل الجاكيت (C) .

Z = دالة الهدف Objective Function , وهي تحديد اقل كلفة انتاج Minimization .

2-5- : تحويل متباينات (متراجحات) القيود الى معادلات وذلك باضافة لها متغيرات اساسية او خاملة Slack (S) Basic or Variables ، ثم اضافة هذة المتغيرات الى دالة الهدف بعد وضع المعامل الحسابى لمعاملاتها يساوى صفرا لتاخذ المسالة شكل النموذج القياسى لطريقة السمبلكس ، وكما يلى :

Minimize $Z = 8000 X_1 + 10000 X_2 + 12000 X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$

Subject to :

$$1.51 X_1 + 1.7 X_2 + 1.5 X_3 + S1 = 5400$$

$1.46 X_1 + 1.48 X_2 + 1.44 X_3 + S2 = 5000$

$1.18 X1 + 1.49 X2 + 1.83 X3 + S3 = 5200$

$X1 + S4 = 250$

$X2 + S5 = 225$

$X3 + S6 = 220$

3-5- : انشاء الجدول الابتدائى لطريقة السمبلكس من المعلومات اعلاة .

جدول (5) يمثل الجدول الابتدائى لطريقة السمبلكس لمسالة تقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت بالمعمل

Initial Simplex Tableau

P.C

متغيرات غير اساسية / متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S6	الثابت
Z	8000	10000	12000	0	0	0	0	0	0	0
S1	1.51	1.7	1.5	1	0	0	0	0	0	5400
S2	1.46	1.48	1.44	0	1	0	0	0	0	5000
S3	1.18	1.49	1.83	0	0	1	0	0	0	5200
S4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	250
S5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	225
S6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	220

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

4-5-5 : اجراء عملية المحور Pivot Operation :
وتتم ذلك وفقا للخطوات التالية :

أ- تحديد العمود المحوري (المتغير الداخل) Pivotal Column : وهو العمود الذي يحتوى على اكبر عنصر موجب في دالة الهدف ، وبذلك يعتبرالعمودالذى يقع فية العنصر (12000) هو العمود المحورى ، ازاء المتغير **X3**، والذى يسمى هذا الاخير بالمتغير الداخل .
ب- تحديد العنصر المحوري Pivotal Element : وهو العنصر الذي يعطي اقل ناتج قسمة (موجبة) أي قيمة ثابت اى معادلة (Solution or Vector) على العنصرالذى يقع في العمود المحوري ازاها . وبذلك يكون العنصر(**1**) هو العنصر المحورى .
ج- تحديد الصف المحوري (المتغير الخارج) Pivotal Row : وهو الصف الذي يحتوي على العنصر المحوري، وبذلك يعتبر الصف الذى يقع فية العنصر المحورى (1) ازاء المتغير **S6** ،والذى يسمى هذا الاخير بالمتغيرالخارج .
د- تكوين المعادلة المحورية الاساسية الاولى First Basic Pivotal Equation والتي يحصل عليها من قسمة كل عنصر من عناصر الصف المحوري على قيمة العنصر المحوري نفسه ، والتى تعتبر هذة معادلة **S6** الجديدة ، وتكون كما يلى :

(0 ، 0 ، 1 ، 0 ، 0 ، 0 ، 0 ، 1 : 220)

ل- تكوين بقية معادلات القيود ودالة الهدف وفقا للمعادلة المحورية الاساسية الاولى من عكس اشارة المعامل (Coefficient ، وهو العنصر الذي يقع تحت العمود المحورى) كل معادلة ودالة الهدف ثم الضرب في المعادلة المحورية الاساسية الاولية ومن ثم الجمع مع تلك المعادلة او دالة الهدف المراد تكوينها .
ويحصل على صف دالة الهدف **Z** الجديدة كما يلى :

-12000 **(0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220)**
= (0 , 0 , -12000 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -12000 : -2640000)
+ (8000,10000, 12000 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 : 5400)

8000 , 10000 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -12000 : - 2640000

وبالطريقة نفسها يحصل على معادلة **S1** الجديدة وكما يلى :

- 1.5 **(0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220)**

= (0 , 0 , -1.5 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -1.5 : - 330)
+ (1.51 , 1.7 , 1.5 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 : 5400)

1.51 , 1.7 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , -1.5 : 5070

وكذلك يحصل على معادلة **S2** الجديدة وكما يلى :

- 1.44 **(0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220)**

= (0 , 0 , - 1.44 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -1.44 : - 316.8)
+ (1.46 , 1.48 , 1.44 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 : 5000)

(1.46 , 1.48 , 0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , - 1.44 : 4683.2)

وكذلك يحصل على معادلة **S3** الجديدة وكما يلى :

- 183 **(0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220)**

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

= (0 , 0 , - 1.83, 0 , 0 , 0 , 0 , - 1.83 : - 402.6)
+ (1.18 , 1.49 , 1.83 , 0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 : 5200)

1.18 , 1.49 , 0 , 0 , 0 , 1 , 0 , 0 , - 1.83 : 4797.4

وبنفس الطريقة يحصل على كل من معادلة **S4** , **S5** الجديتيين ، وبتكوين هذة المعادلات الجديدة من حيث دالة والقيود فان عملية المحور قد انجزت .

5-5-5 : انشاء " جدول السمبلكس للحل الاساسى الاول " بعد اجراء عملية المحور Pivot -Operation ما يلى :

جدول (5) يمثل جدول السمبلكس للحل الاساسى الاول لمسالة تقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت بالمعمل
Simplex Tableau – Iteration 1

متغيرات غير اساسية / متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S6	الثابت
Z	8000	10000	0	0	0	0	0	0	– 12000	– 2640000
S1	0	1.7	1.5	1	0	0	-1.51	0	0	5070
S2	0	1.48	1.44	0	1	0	-1.46	0	0	4683.2
S3	1.18	1.49	1.83	0	0	1	0	0	0	4797.4
S4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	250
S5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	225
S6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	220

6-5-5 : يتحقق الحل الامثل عموما لاية مسالة مى البرمجة الخطية لحالة التصغير Minimization عندما تصبح جميع عناصر دالة الهدف اصغرمن الصفر ($C_j < 0$) مما يتطلب هذا الى تطوير الحل باستمرار او بصيغة اخرى يستمر الحل والى ان يحصل على حل ممكن اساسى لايمكن تطويرة فيصبح هذا هو الحل الامثل Optimal Solution ، وفى الجدول رقم (5) هنا يلاحظ ان دالة الهدف لازالت تحتوى على عنصريين موجبين وهما (8000 ، 10000) بعد اجراء عملية المحور الاولى ، وهذا يعنى ضرورة الاستمرار بالحل واعادة الخطوتين السابقتين ثانية او ثالثة فى كل مرة والى ان تصبح جميع عناصر دالة الهدف ذات قيم سالبة او صفرية .

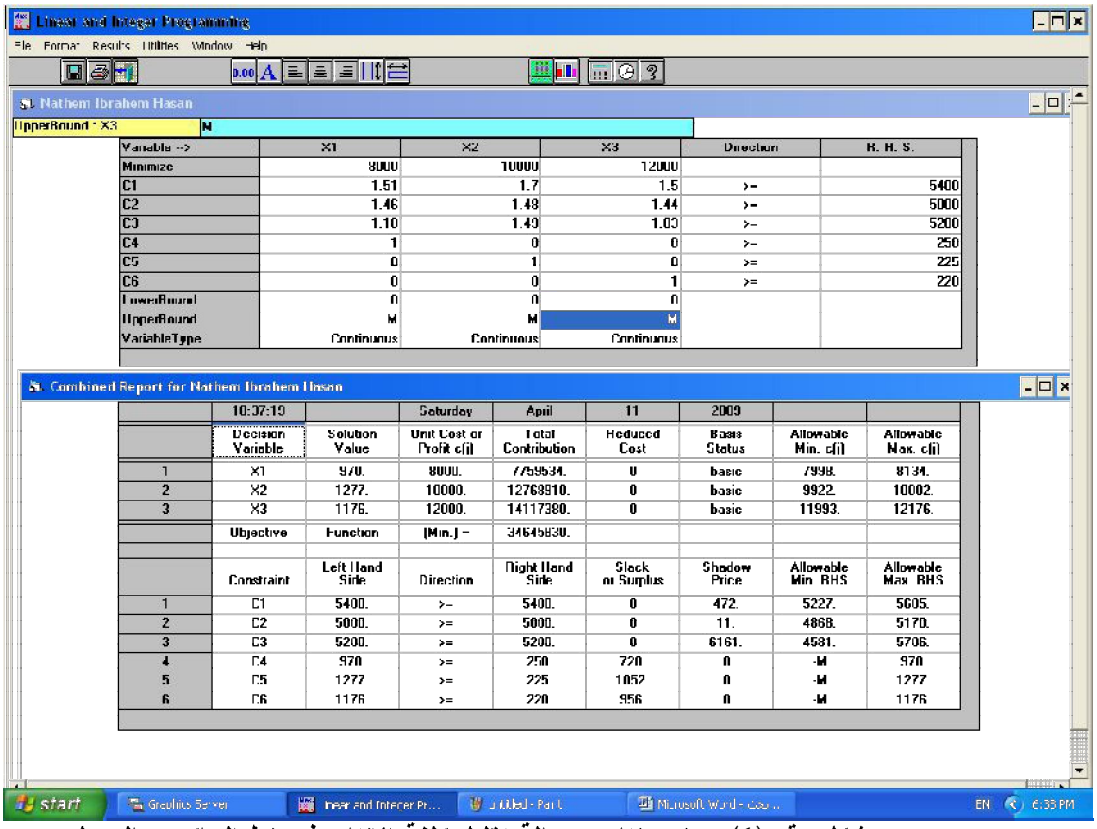
6- نتائج حل مسالة تقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت بالمعمل باستخدام برنامج الحاسوب لطريقة السمبلكس Win QSB / Linear and Integer Programming:

لكون مسالة البرمجة الخطية هذة تتالف من (3) متغيرات Variables (X1, X2, X3) و(6) قيود هيكلية Constrints ، وان حل هذة المسالة بالطريقة اليدوية يتطلب بدون شك الى جهد متمز ، مما يجعل هذا الى ضرورة استخدام برنامج حاسوب لطريقة السمبلكس مثل **Win QSB** ، وذلك من اجل التوصل الى قيمة اقل كلفة انتج لخط الجاكيت فقط وكذلك لتحديد نوعية وكمية الانتاج للمعمل من خلال جهد بسيط ونتائج ادق ، وعموما النتائج التى حصل عليها من البرنامج هى واضحة فى الشكل رقم (1) وكما يلى :

اقل كلفة للانتاج الاسبوعى فى خط الجاكيت فقط بالمعمل = **34 645 830 دينار عراقى**

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل A = **970 وحدة** عدد
الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل B = **1277 وحدة**
عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل C = **1176 وحدة**



شكل رقم (1) يوضح نتائج مسالة تقليل كلفة الانتاج فى خط الجاكيت بالمعمل

Simplex Tableau – Iteration 9

الخاتمـــــــة:

بالرغم من كون الطريقة البيانية (Graphical method) سهلة الاستخدام في العديد من مسائل البرمجة الخطية في حالةعدد المتغيرات لاتزيد عن ثلاثة ، الا انها مقصورة الاستخدام عندما يزيد عدد المتغيرات عن ذلك ، ويرجع السبب فى ذلك الى استحالة الحل عند رسم المسالة المبحوثة بيانيا، وطالما ان معظم التطبيقات العملية لمسائل البرمجة الخطية تتضمن عددا كبيرا من المتغيرات ، فانة يحتاج الى اسلوب اخر ، لذا قام العالم جورج دانتزك (G.Dantzig) بتصميم طريقة رياضية تعرف بطريقة السمبلكس (Simples method) والتى يتم حل المسائل فيها من خلال خطوات رياضية متكررة للوصول الى الهدف فى المسالة وبالتالى ليساعد الادارة فى عملية اتخاذ القرار المناسب بالشكل الذى يؤمن تحقيق الاستخدام الامثل للموارد المتاحة .

ويكن تلخيص الخطوات الحسابية لطريقة السمبلكس فى حل مسائل البرمجة الخطية لحالة التصغير كما يلى :

1- صياغة المسالة المبحوثة رياضيا لتاخذ النموذج العام للبرمجة الخطية .
2- تحويل المسالة من النموذج العام للبرمجة الخطية الىالنموذج القياسى .
3-انشاءالجدول الابتدائى لطريقة السمبلكس .
4- استخراج الحل الاساسى الابتدائى باجراء عملية المحور
5- انشاء الجدول الاساسى الاول لطريقة السمبلكس .
5- تطوير الحل الاساسى الاول الى ان يحصل على حل اساسى آخر لايمكن تطويرة فيصبح الاخير هو الحل الامثل .

وتحتل طريقة السمبلكس في الوقت الحاضر مركزا مرموقا في مجال بحوث العمليات ولها تطبيقاتها الواسعة في الكثير من المجالات العلمية والصناعية والادارية وخاصة بعد استخدام الحاسوب في حل مسائل البرمجة الخطية والتي تتضمن على M من الصفوف و N من الاعمدة . وربما يكون السبب الرئيسي الذي جعل طريقة السمبلكس او البرمجة الخطية بصورة عامة واحد من اهم الاساليب الناجحة في بحوث العمليات هو الوقت القصير المستغرق في حل اية مسالة باستخدام الحاسوب ، لذا نجد في الوقت الحاضر هناك الكثير من البرامج الجاهزة المستخدمة لطريقة السمبلكس للحصول على القرار الامثل بصدد توزيع الموارد المتاحة .

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com

تم اختيار معمل النجف للالبسة الرجالية كواحد من المجالات التى يمكن فيها استخدام البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس بصدد ايجاد اقل كلفة للانتاج فى خط الجاكيت فقط على وجة التحديد من اجل تحديد نوع وكمية الانتاج فية ، وكانت هذة المسالة المبحوثة تتالف من (3) متغيرات Variables و (6) قيود هيكلية Constrints فان حلها يتطلب الى جهد كبير بحيث اصبح من الضرورى استخدام برنامج الحاسوب WinQsB

كانت النتائج التى تم التوصل اليها بعد (9) عملية تكرار Iteration لعملية المحور Pivot Operation هى كما يلى :

اقل كلفة انتاج اسبوعية فى خط الجاكيت بالمعمل = **34 645 830 دينار عراقى**

عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل A = **970 وحدة** عدد

الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل B = **1277 وحدة**

عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل C = **1176 وحدة**

وهذا يعنى ان المعمل سوف يقوم بانتاج الثلاثة انواع من موديل الجاكيتات (A,B,C) وبمعدل انتاج اسبوعى يبلغ (970 و 1277 و 1176) وحدة على التوالى ، مما يودى هذا الى الحصول على اقل كلفة ممكنة للانتاج الاسبوعى تبلغ **34 645 830 دينار عراقى** .

المصـــــــــادر :

1- الشمرتى ، حامد سعد نور – الزبيدى ، علي خليل ، " مدخل الى بحوث العمليات " ، دار مجدولاى – عمان ، الطبعة الاولى ، 2007 . ص 17.

2- Winston , wayne l ," Operation Research Application and Algoriths " ، pws-KENT Publishing Company – Boston , 1987 , P.no.45.

3 – جزاع ، عبد ذياب ، " بحوث العمليات " ، وزارة التعليم العالى والبحث العلمى – جامعة بغداد–الطبعة الثانية ، 1988 . ص 17.

4 – عادل ، مازن بكر ، " بحوث العمليات للادارة الهندسية " ، وزارة التعليم العالي والبحث العلمي – الجامعة التكنولوجية ، 1986 . ص17.

5 – بقجة جى ، صباح ، " بحوث العمليات " ، المركز العربى للتعريب والترجمة والتاليف والنشر بدمشق ، 1998 . ص 33 .

6- Moskowitz , Herbert , " Operation Research Techniques for Management " , PRETICE – HALL , INC , 1979 .

تم اجراء البحث في كلية الهندسة – جامعة الموصل

المنارة للاستشارات
www.manaraa.com